

ЗБОРНИК РАДОВА VII МЕЂУНАРОДНЕ КОНФЕРЕНЦИЈЕ О НАСТАВИ ФИЗИКЕ У СРЕДЊИМ ШКОЛАМА



Алексицац, 2019.

ЗБОРНИК РАДОВА

**7. МЕЂУНАРОДНЕ КОНФЕРЕНЦИЈЕ
О НАСТАВИ ФИЗИКЕ У СРЕДЊИМ ШКОЛАМА**

АЛЕКСИНАЦ, 17 – 19. март 2019.

*Програмски одбор
конференције:*

1. И. Авиани (Сплит)
2. М. Бабић (Бијељина)
3. А. Богојевић (Београд)
4. Д. Димитријевић (ДФН)
5. Н. Ерцег (Ријека)
6. А. Жекић (Београд)
7. Т. Јовановић (Ниш)
8. С. Јокић (Београд)
9. А. Канцлер (Марибор)
10. М. Ковачевић (Крагујевац)
11. В. Мешић (Сарајево)
12. М. Митровић (Београд)
13. Б. Митревски (ДФМ)
14. Љ. Нешић (Ниш), председник
15. Д. Никезић (Крагујевац)
16. С. Радуловић (Алексинач), секретар
17. Р. Репник (Марибор)
18. М. Стојановић (Нови Сад), потпредседник
19. П. Николаус (Ријека)
20. М. Шћепановић (Подгорица)
5. Д. Петковић
6. С. Радуловић
7. Б. Симић
8. В. Младеновић
9. С. Величковић
10. Г. Жалац
11. С. Петровић
12. Н. Стојковић
13. Т. Франета
14. М. Крстић
15. М. Божић
16. М. Чоловић
17. А. Петровић
18. М. Бабић
19. Д. Димитријевић

Организациони одбор:

1. Н. Станковић, председник
2. Д. Вељковић, потпредседник
3. Ч. Ракић
4. Ј. Тончић

Уредник:

Љубиша Нешић

Технички уредници:

Лазар Раденковић

Милан Милошевић

Наслов:

„Зборник радова 7. Међународне конференције о настави физике у средњим школама“

Покровитељ:

Општина Алексинац

Издавач:

Алексиначка гимназија и

„Klett“ Издавачка кућа д.о.о., Београд

За издавача:

Мр Данијела Вељковић

Штампарија: Цицero, Београд

ISBN: 978-86-81182-01-7

Тираж: 300 примерака

CIP - Каталогизација у публикацији - Народна библиотека Србије, Београд

371.3::53(082)

МЕЂУНАРОДНА конференција о настави физике у средњој школи (7 ; 2019 ; Алексинац)

Зборник радова 7 Међународне конференције о настави физике у средњој школи, Алексинац, 17 - 19. март 2019. / [уредник Љубиша Нешић]. - Алексинац : Алексиначка гимназија ; Београд : Klett, 2019 (Београд : Цицero). - 409 стр. : илустр. ; 24 cm

Текст ћир. и лат. - Радови на срп., енгл. и мак. језику. - Тираж 300. -

Стр. 7: Предговор / Љубиша Нешић. - Напомене и библиографске референце уз текст. - Библиографија уз сваки рад. - Регистар.

ISBN 978-86-81182-01-7 (АГ)

а) Физика - Настава - Методика - Зборници
COBISS.SR-ID 274320652

Najslavnija formula ikada napisana

Milan S. Kovačević, Marko M. Milošević

Prirodno-matematički fakultet, Kragujevac, Srbija

Apstrakt. Formula koja povezuje masu i energiju tela igra u fizici veoma značajnu ulogu. Formulu je predložio Albert Ajnštajn u članku koji je deo njegove slavne serije od nekoliko radova koji su se pojavili 1905. godine u časopisu *Annalen der Physik*. Povezivanje mase i energije preko brzine svetlosti u vakuumu bio je novi pristup pojmu održanja energije u fizičkim sistemima. Vremenom, formula $E = mc^2$ dobija neslućenu slavu i izbija u prvi plan po popularnosti i među fizičarima, i uopšte među prirodnjacima. Danas se slobodno može reći da je ta formula jedina formula fizike za koju su čuli ljudi u bilo kojoj oblasti znanja i kulture. Zbog toga u ovom radu predstavljamo osnovne elemente koji se tiču dubokog fizičkog sadržaja formulisanog u kratkom iskazu koji povezuje energiju i masu.

Ključne reči: energija, masa, brzina svetlosti.

A. AJNŠTAJN, DA LI INERCIJA TELA ZAVISI OD NJEGOVE ENERGIJE? *Annalen der Physik* 17, S. 649-641 (1905)

Formulu $E = mc^2$ je prvi predložio Albert Ajnštajn u jednom kratkom članku koji se pojavio 1905. godine u časopisu *Annalen der Physik*. Naslov originala rada glasi: *Ist die Trägheit eines Körpers von seinem Energieinhalt abhängig?* Prevod ovog rada zajedno sa još osam radova, nalazimo u knjizi „*Podvig mladog Ajnštajna*“ čiji su autori naši priznati fizičari, univerzitetski profesori Božidar Aničin i Vukota Babović. Ova knjiga sadrži prevode sa nemačkog originala na srpski jezik devet značajnih radova Alberta Ajnštajna, za koje se zna da su bitno proširili i produbili ondašnje relativističke, atomističke i kvantne fizičke koncepcije. Radi se o devet članaka koji su utemeljili modernu fiziku. Deo prevoda originalnog teksta iz članka koji govori o energiji jednog istog tela u odnosu na dva referentna sistema glasi¹:

„Neka sistem ravanskih svetlosnih talasa poseduje energiju l u odnosu na koordinatni sistem (x, y, z) ; neka pravac zraka (talasna normala) gradi ugao φ sa x -osom sistema. Ako se uvede novi koordinatni sistem (ξ, η, ζ) , shvaćen u ravnomernoj paralelnoj translaciji u odnosu na sistem

¹Izdvojeni su samo određeni delovi teksta iz Ref [1]. Po ugledu na originalni članak „*Zur Elektrodynamik bewegter Körper*“, i ovde je sa V označena brzina svetlosti.

(x, y, z) , čiji se koordinatni početak kreće brzinom v duž x -ose, spomenuta količina svetlosti imaće – mereno u sistemu (ξ, η, ζ) - energiju

$$I' = I \frac{1 - \frac{v}{V} \cos \varphi}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{V}\right)^2}} \quad (1)$$

Neka se u sistemu (x, y, z) nalazi nepokretno telo, čija je energija E_0 u odnosu na sistem (x, y, z) . Neka energija tela u odnosu na sistem (ξ, η, ζ) , koji se kreće brzinom v , kao što je gore (objašnjeno), bude H_0 .

Ovo telo šalje ravanske svetlosne talase energije $L/2$, mereno u odnosu na (x, y, z) , u pravcu koji sa x -osom gradi ugao φ , i istovremeno jednaku količinu svetlosti u suprotnom pravcu². Na taj način telo ostaje u miru u odnosu na sistem (x, y, z) . Za ovaj proces mora da važi zakon o održanju energije, i to (prema principu relativnosti) u oba koordinatna sistema. Ako oynačimo sa E_1 i H_1 energiju tela posle emisije svetlosti, merenu u sistemu (x, y, z) odnosno (ξ, η, ζ) , upotrebom gore navedene relacije dobijamo...

$$(H_0 - E_0) - (H_1 - E_1) = L \left[\frac{1}{\sqrt{1 - (v/V)^2}} - 1 \right] \quad (2)$$

Obe razlike³ $H - E$ koje se javljaju u ovom izrazu, imaju jednostavan fizički smisao. H i E su vrednosti energije istog tela, u odnosu na dva koordinatna sistema u međusobnom kretanju, pri čemu telo miruje u jednom sistemu (sistem (x, y, z)). Jasno je, dakle, da razlika $H - E$ može biti drugačija od kinetičke energije K u drugom sistemu (sistem (ξ, η, ζ)) po samo jednoj aditivnoj konstanti C , koja zavisi od izbora proizvoljnih aditivnih konstanti energija H i E . Dakle, možemo da napišemo: $H_0 - E_0 = K_0 + C$, $H_1 - E_1 = K_1 + C$ jer se C ne menja u toku emisije svetlosti. Tako dobijamo:

$$K_0 - K_1 = L \left[\frac{1}{\sqrt{1 - (v/V)^2}} - 1 \right] \quad (3)$$

²Treba naglasiti da je ovde reč o suprotnom smeru.

³Označimo sa E_1 i H_1 energiju tela posle emisije svetlosti, merenu u istemu (x, y, z) odnosno (ξ, η, ζ) .

Kinetička energija tela u odnosu na (ξ, η, ζ) opada usled emisije svetlosti, i to za veličinu koja ne zavisi od osobina tela. Razlika $K_0 - K_1$ zavisi od brzine na isti način kao i kinetička energija elektrona. Kada se zanemare veličine četvrtog i višeg reda, možemo da napišemo:

$$K_0 - K_1 = \frac{L}{V^2} \frac{v^2}{2} \quad (4)$$

Iz navedene jednačine neposredno proističe:

Ako telo odaje energiju L u obliku zračenja, smanjuje se njegova masa za L/V^2 . Ovdje je očividno nebitno da li energija oduzeta telu prelazi baš u zračenje, što ukazuje naopštije posledice;

Masa tela je mera njegove energije; ako se energija promeni za L njegova masa se menja u istom smeru $L/9 \cdot 10^{20}$, pri čemu je jedinica za energiju erg, a za masu gram.

Nije isključeno da se ova teorija može potvrditi kod tela čija se energija menja u velikom stepenu (npr. kod radijumovih soli).

Ako ova teorija odgovara činjenicama, zračenje prenosi inerciju između emitujućeg i apsorbujućeg tela.“

Jedan misaoni eksperiment

Kao jedan modifikovani dokaz formule može da nam posluži analiza sledećeg misaonog eksperimenta: pored posmatrača na Zemlji prolazi velikom brzinom v svemirska raketa. U njoj lebdi telo ukupne energije E_0 . U trenutku prolaza, ono emituje dva fotona učestanosti ν - jedan prema posmatraču, drugi u suprotnom smeru istog pravca (slika 1). Sa stanovišta kosmonauta u raketi može da se piše

$$E_0 = E_1 + 2h\nu \quad (4)$$

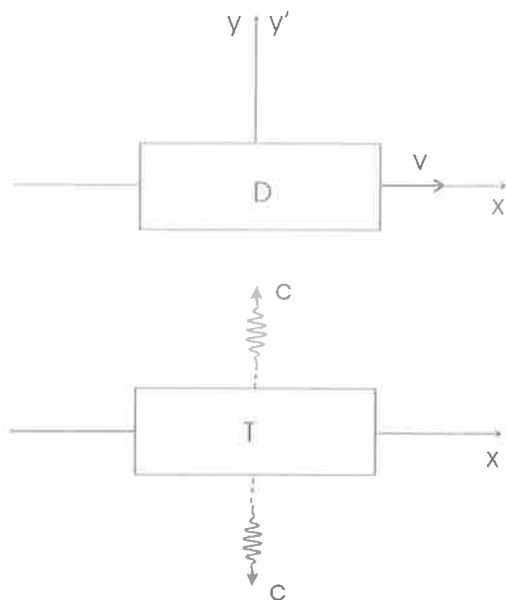
po zakonu održanja energije. Ovdje je E_1 energija tela posle emisije zračenja. Ukupna izračena energija je energija dva fotona: $\Delta E = 2h\nu$. Posmatrač na Zemlji opisuje događaj u svom koordinatnom sistemu, pa piše:

$$E'_0 = E'_1 + 2h\nu' \quad (5)$$

Energije i učestanosti su onakve kakve se vide u njegovom sistemu referencije. Po principu relativnosti, on takođe poštuje zakon održanja energije. Oduzimanjem od jednačine (5) jednačinu (4) dobijamo

$$E'_0 - E_0 = E'_1 - E_1 + 2h\nu \left(\frac{\nu'}{\nu} - 1 \right) \quad (6)$$

Kinetička energija tela pre emitovanja zračenja, koju konstatuje posmatrač na Zemlji je $E'_0 - E_0 = E_{k0}$. Po istoj logici, kinetička energija tela posle emisije dva fotona je $E'_1 - E_1 = E_{k1}$. Zbog Doplerovog efekta, posmatrač opaža promenjenu učestanost.



SLIKA 1. Uz misaoni eksperiment.

Za nju je Ajnštajn izveo relativističku formu u članku „Uz elektrodinamiku pokretnih tela“ koji se pojavio 1905. godine. Čitaoci mogu da je nađu na strani 19. u knjizi prevedenih Ajnštajnovih članaka [1]:

$$v' = v \frac{1 - \cos \varphi \frac{v}{V}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{V^2}}} \quad (7)$$

Ajnštajn je brzinu svetlosti u vakuumu obeležio sa V . Mi danas tu brzinu označavamo sa $V \equiv c$. Tako dobijamo

$$E_{k0} = E_{k1} + 2h\nu \left(\frac{1 - \cos \varphi \frac{v}{c}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right). \quad (8)$$

Ugao φ je između pravca raketa–posmatrač i brzine rakete, zato je $\cos \varphi = 0$. Ako se zadržimo na kvadratnim članovima, imamo

$$\frac{1}{2}M_0v^2 = \frac{1}{2}M_1v^2 + \Delta E \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} \quad (9)$$

gde je M_0 masa mirovanja tela pre emisije fotona, a M_1 masa mirovanja tog tela posle emisije fotona. Vidimo da važi

$$M_0 = M_1 + \frac{\Delta E}{c^2} \quad (10)$$

Masa mirovanja tela se, zbog emisije energije ΔE , smanjila za iznos $\Delta E/c^2$. Ako smanjenje mase $M_0 - M_1$ obeležimo sa Δm , biće $\Delta m = \Delta E/c^2$, što često pišemo kao $\Delta E = \Delta mc^2$ ili prosto

$$E = mc^2 \quad (11)$$

Energetski sadržaj tela neke mase dobija se kad se ta masa pomnoži kvadratom brzine svetlosti. U izvođenju ove formule koristili smo pojam kvanta zračenja, fotona, koji 1905. godine Ajnštajn još nije koristio na ovaj način.

Relativistička kinetička energija

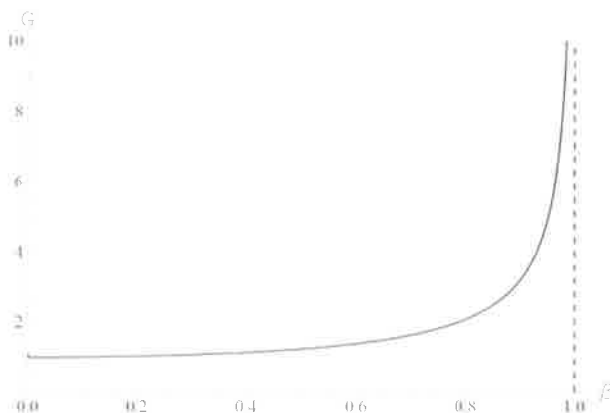
U teoriji relativnosti se kinetička energija izražava kao razlika $E_k = mc^2 - m_0c^2$. To znači da možemo koristiti formulu

$$E_k = m_0c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right) \quad (12)$$

Ako napravimo količnik relativističke kinetičke energije i klasične kinetičke energije, lako vidimo da je taj odnos funkcija količnika v/c :

$$G = \frac{2}{\beta^2} \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right) \quad (13)$$

gde smo skraćeno napisali $\beta = v/c$. Na slici 2 je prikazana funkcija G za sve moguće brzine, do brzine svetlosti u vakuumu, to jest od beta jednako nuli do beta jednako jedinici.



SLIKA 2. Grafički prikaz funkcije G u celom opsegu brzina.

Vidimo sa grafika da je količnik blizak jedinici za male brzine. Tek pri velikim brzinama dolazi do velikog odstupanja od klasičnog izraza.

Jedan zadatak za maturante

Odrediti brzinu elektrona koji je prošao potencijalnu razliku $\varphi_1 - \varphi_2 = 10^6 \text{ V}$. Račun sprovesti najpre primenom klasične formule za kinetičku energiju. Šta zaključujete? Izračunati brzinu po relativističkoj formuli za kinetičku energiju.

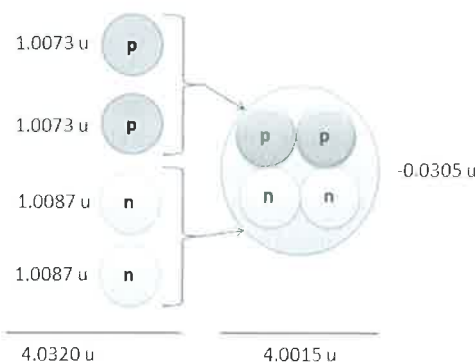
Defekt mase i energija veze

Poznato je da se svaki atom sastoji od atomskog jezgra i elektronskog omotača. Jezgro se sastoji od protona i neutrona, koji se nazivaju zajedničkim imenom nukleoni. Protoni poseduju jedinično pozitivno naelektrisanje, dok su neutroni neutralni. Masa atoma i jezgra, u nuklearnoj fizici, izražava se u atomskim masenim jedinicama (amj) i ona je $1/12$ mase neutralnog atoma $^{12}_6\text{C}$ i iznosi $1amj \equiv u = 1.66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$. Mase protona i neutrona, izražene preko atomske jedinice mase, iznose: $m_p = 1.0073u$, $m_n = 1.00867u$. Precizna merenja su pokazala da je masa jezgra kao celine manja od ukupne mase čestica koje ga sačinjavaju (slika 3). Razlika ovih masa se naziva *defekt mase*. Ukoliko jezgo ima Z protona, i N neutrona, tada se defekt mase računa pomoću formule:

$$\Delta m = Zm_p + Nm_n - m_j$$

gde je m_j masa jezgra. Energija koja se oslobađa prilikom formiranja jezgra, odnosno energija koju je potrebno uložiti za njegovo razlaganje, naziva se energija veze; obeležava se sa E_v , i definisana je sledećim izrazom: $E_v = \Delta mc^2$.

Primer: U hidrogenskoj bombi odvija se nuklearna reakcija $D+T \rightarrow He+n$. U *ajm* deuterijum ima $m_D=2.01410$, tritijum $m_T=3.10605$, helijum $m_{He}=4.00260$ i neutron $m_n=1.00867$. Masa pre reakcije je veća od mase posle reakcije. Razlika je $\Delta m=5.03315-5.01127$ to jest, masa se smanjila za 0.01888 atomske jedinice mase. Ovo umanjenje mase se naziva defekt mase. Defekt mase preračunat u kilograme ovde iznosi $\Delta m=3.16 \cdot 10^{-29}$ kg. To znači da je promena energije u reakciji bila $\Delta E=\Delta mc^2=2.84 \cdot 10^{-12}$ J. Ovo je energija koja se oslobodi pri sintezi jednog atoma helijuma. Sada možemo izračunati koliko se energije oslobodi pri stvaranju 1 kilomola (1 kmol helijuma ima masu 4 kilograma). U jednom kmolu ima $6.02 \cdot 10^{26}$ molekula. Zato ukupna energija koja se oslobodi pri sintezi jednog kmol-a helijuma iznosi $1.7 \cdot 10^{15}$ J što je ekvivalent od dvadeset vagona uglja ili 60000 tona uglja.



SLIKA 3. Uz defekt mase i energija veze.

Održanje mase i energije

Koncept ekvivalencije mase i energije ujedinjuje klasične koncepte održanja mase i održanja energije. Ajnštajnova formula dopušta masi mirovanja da bude konvertovana u formu aktivne energije (kao što su kinetička energija, toplota ili svetlost) iako i dalje ostaje masa. Obrnuto, aktivna energija u formi kinetičke energije ili radijacije može biti konvertovana u čestice koje imaju masu mirovanja. Ukupna količina mase/energije u zatvorenom sistemu (koji vidi jedan posmatrač) ostaje konstantna, zato što energija ne može biti stvorena niti uništena i, u svim svojim oblicima, zarobljena energija se predstavlja kao masa. U relativnosti, masa i energija su dve forme iste stvari, i nijedna od njih se ne pojavljuje bez druge. Tako, moderna fizika govori o zakonu održanja mase i energije u celini, a ne pojedinačno bilo koje od ove dve fizičke veličine.

Оčekivano питање

Nastavničko iskustvo navodi nas da mi, nastavnici fizike, moramo biti spremni da odgovorimo na pitanje koje skoro nezaobilazno kada se predaje relativistička formula $E = mc^2$ koje glasi: *postoje li takve reakcije u kojima masa mirovanja potpuno iščezava?* Da, postoje, to je *anhilacija*. Kada se elektron sudari sa svojom anti česticom – pozitronom, dobijaju se dva γ -kvanta ${}_{-1}e + {}_{+1}e \rightarrow 2\gamma$. Ovde dolazi do pretvaranja čestica materije, koje poseduju masu mirovanja, u kvante, γ -zrake koji nemaju masu mirovanja. γ -zraci su elektromagnetni talasi, vrlo male talasne dužine, tj. imaju istu prirodu kao i svetlost. Sa gledišta kvantne teorije, γ -zraci predstavljaju snop fotona (kvanata) vrlo velike energije. Brzina fotona je jednaka brzini svetlosti. Masa mirovanja fotona je jednaka nuli. To znači da oni ne postoje u stanju mirovanja.

Još jedan zadatak za maturante

Pri anhilaciji uvek se dobijaju dva (ili više) γ -fotona. Zašto?

Zaključak

Ekvivalencija mase i energije kaže da kada telo ima masu, sigurno ima i energiju, čak i kad se ne kreće. U Njutnovoj mehanici, telo koje miruje nema kinetičku energiju, i eventualno može imati druge oblike unutrašnje energije, kao što su hemijska ili toplotna energija, uz to i određenu količinu potencijalne energije u zavisnosti od položaja tela u polju spoljašnjih sila. I Njutnovoj mehanici nijedna od ovih energija nema udela u masi. U relativističkoj fizici, sva energija povezana s telom dodaje se energiji mirovanja tela, koja je proporcionalna masi mirovanja tela. Čak i jedan foton koji putuje kroz prazan prostor ima relativističku masu, koja je jednaka količniku njegove energije i kvadrata brzine svetlosti. Pošto foton nije nikada u stanju mirovanja, možemo reći, on ima masu mirovanja koja je jednaka nuli. Formulom $E = mc^2$ se takođe može izraziti količina mase koju telo gubi kada odaje energiju. Tako u hemijskim ili nuklearnim reakcijama, kada se odaju toplota ili svetlost, masa se smanjuje. Tada je u formuli E energija koja je oslobođena, i koja odgovara masi m koja je izgubljena. Po istoj logici, kada je energija bilo koje vrste dodata telu koje miruje, povećanje mase je jednako količniku dodate energije i kvadrata brzine svetlosti.

Danas postoji širok spisak primera koji se prirodno objašnjavaju pomoću formule $E = mc^2$. Relativnost je osnova današnje sveukupne fizike, od elementarnih čestica do kvazara. Može se slobodno reći da je relativnost postala naša svakodnevnicica te se ona mora pažljivije izučavati na svim nivoima obrazovanja u našim školama. Verujemo da će ovaj tekst zajedno sa citiranom literaturom, zainteresovanim čitaocima, učenicima i profesorima, biti od koristi, a posebno za buduće studente fizike.